

Séquence 3 : Le risque et le temps dans les modèles

Cours 3.1 : Le risque dans les modèles

Leçon 25 : Rappel sur la théorie de l'utilité espérée

Florence Jacquet

ModelEco

L'aversion au risque

L1 : on a 1 chance sur 2 de gagner 1000 et 1 chance sur 2 de ne rien gagner

L2 : on gagne 500 à tous les coups

Etats de la nature	Probabilités	Gains liés à L1	Gains liés à L2
S1	0.5	1000	500
S2	0.5	0	500
Espérance de gain		500	= 500



Averse au risque

La notion d'équivalent certain

Etats de la nature	Probabilités	Gains liés à L1	Gains liés à L2
S1	0.5	1000	500
S2	0.5	0	500
Espérance de gain		500	500

Equivalent certain :
somme « certaine » qui procure la même utilité

Quel montant serait pour vous équivalent à L1 ?

 0

 200

 400

 600

 100

 300

 500

 700

La prime de risque

Etats de la nature	Probabilités	Gains liés à L1	Gains liés à L2
S1	0.5	1000	500
S2	0.5	0	500
Espérance de gain		500	500

Equivalent certain :
somme « certaine » qui procure la même utilité

Equivalent certain de 500 : neutre au risque

Equivalent certain \leq 500 : averse au risque

Prime de risque = espérance de gain - équivalent certain

Exemple : Pour l'individu A averse au risque

$$EC(L_1) = 200$$

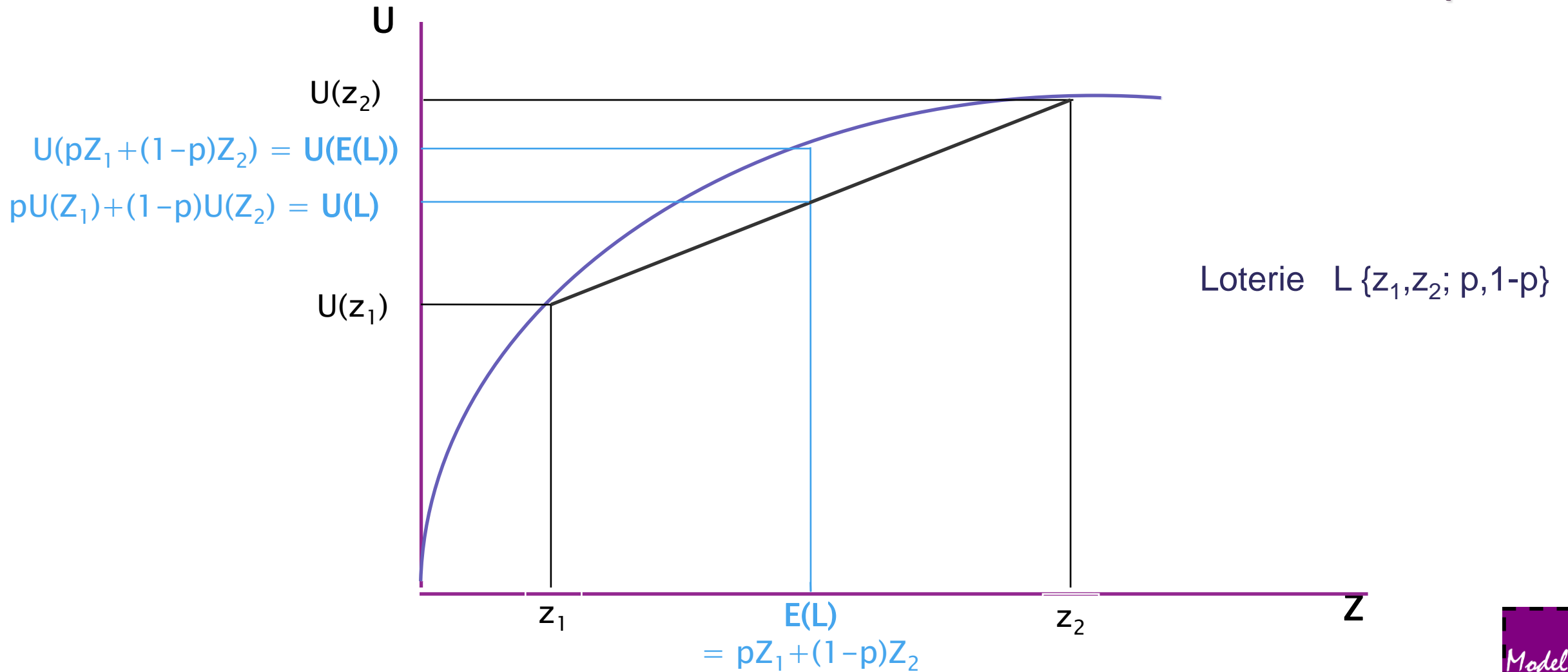
$$PR = 500 - 200 = 300$$

Théorie de l'Utilité espérée

- Proposée par Bernouilli (1738), Développée par von Neumann et Morgenstern (1944)
- Espérance de l'utilité des gains remplace l'espérance des gains

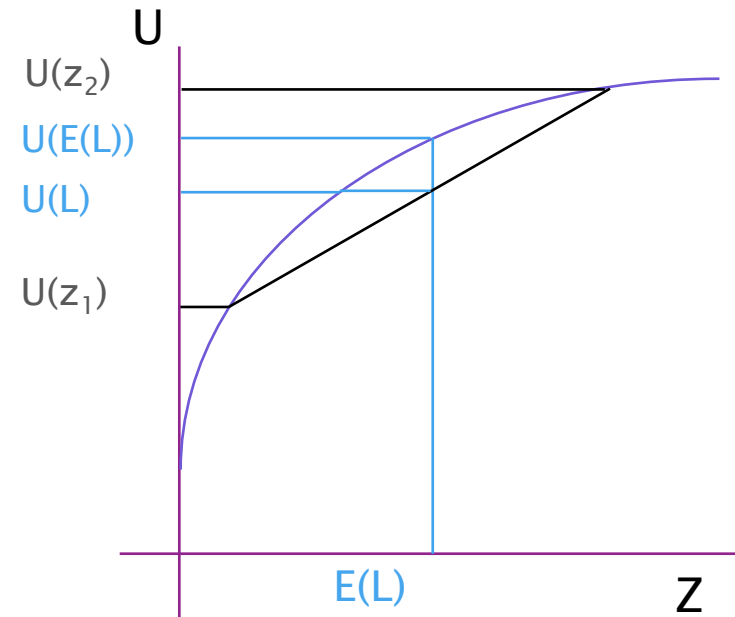
$$\sum p_i x_i \rightarrow \sum (p_i U(x_i))$$

Théorie de l'utilité espérée



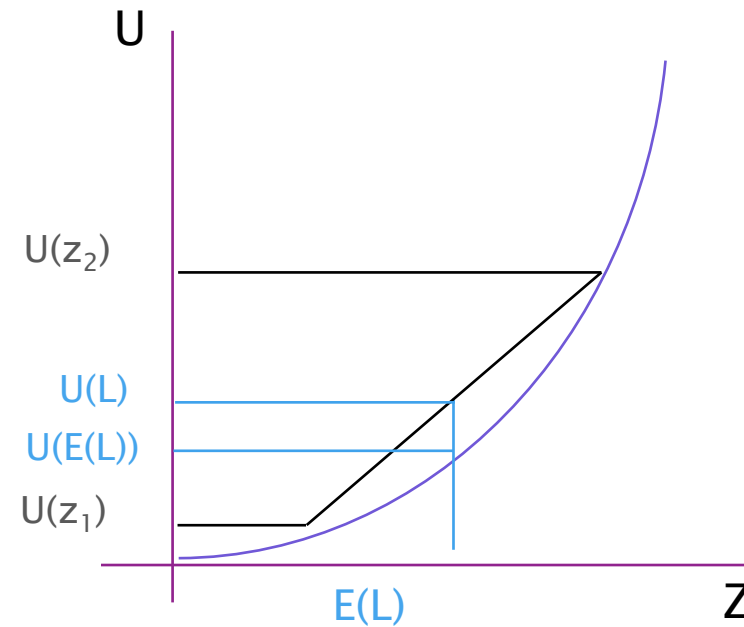
Théorie de l'utilité espérée

Fonction concave



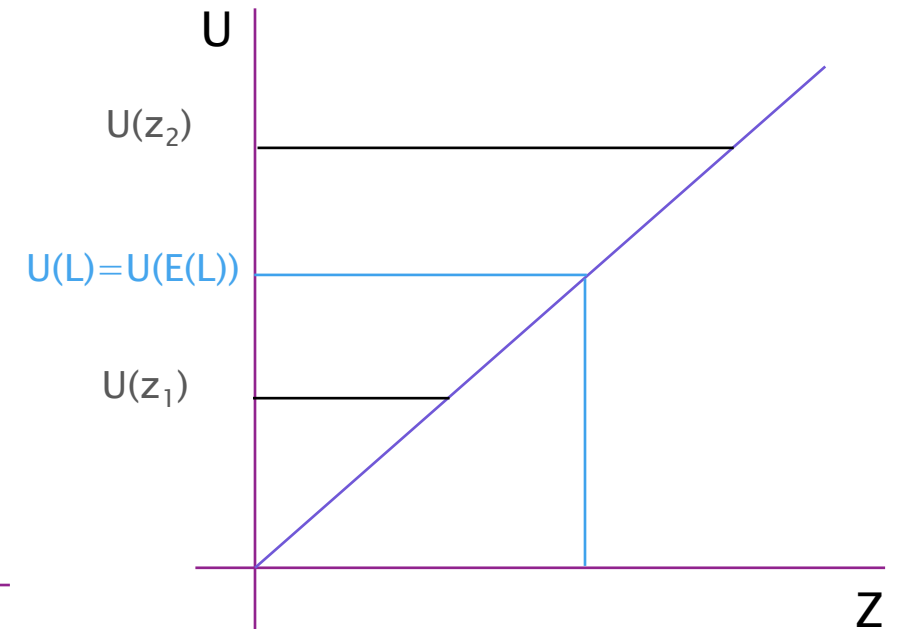
Averse au risque
 $U(L) > U(E(L))$

Fonction convexe



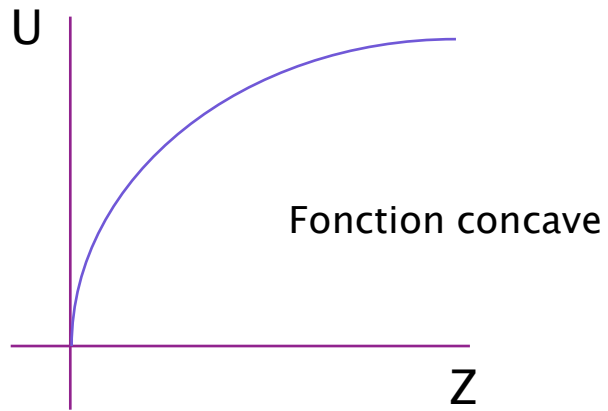
Goût pour le risque
 $U(L) < U(E(L))$

Fonction linéaire

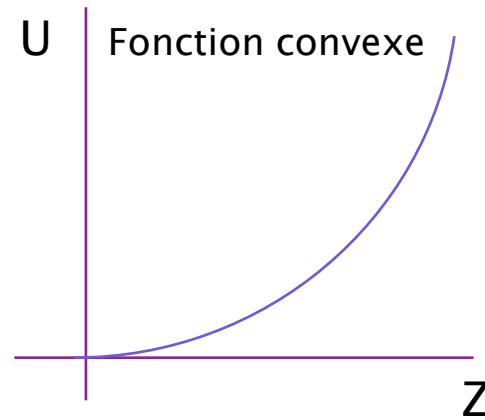


Neutre au risque
 $U(L) = U(E(L))$

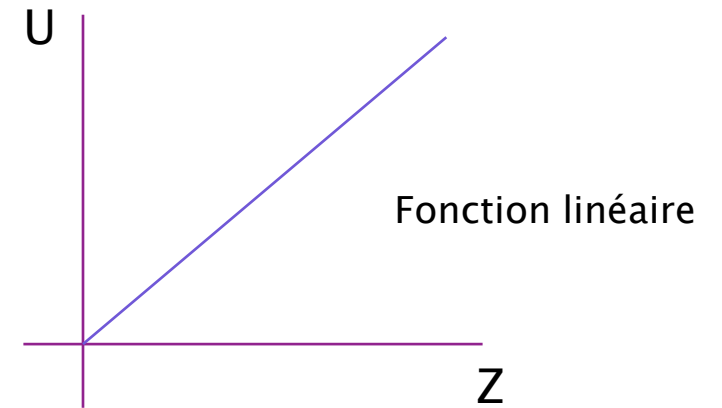
Théorie de l'utilité espérée



Averse au risque

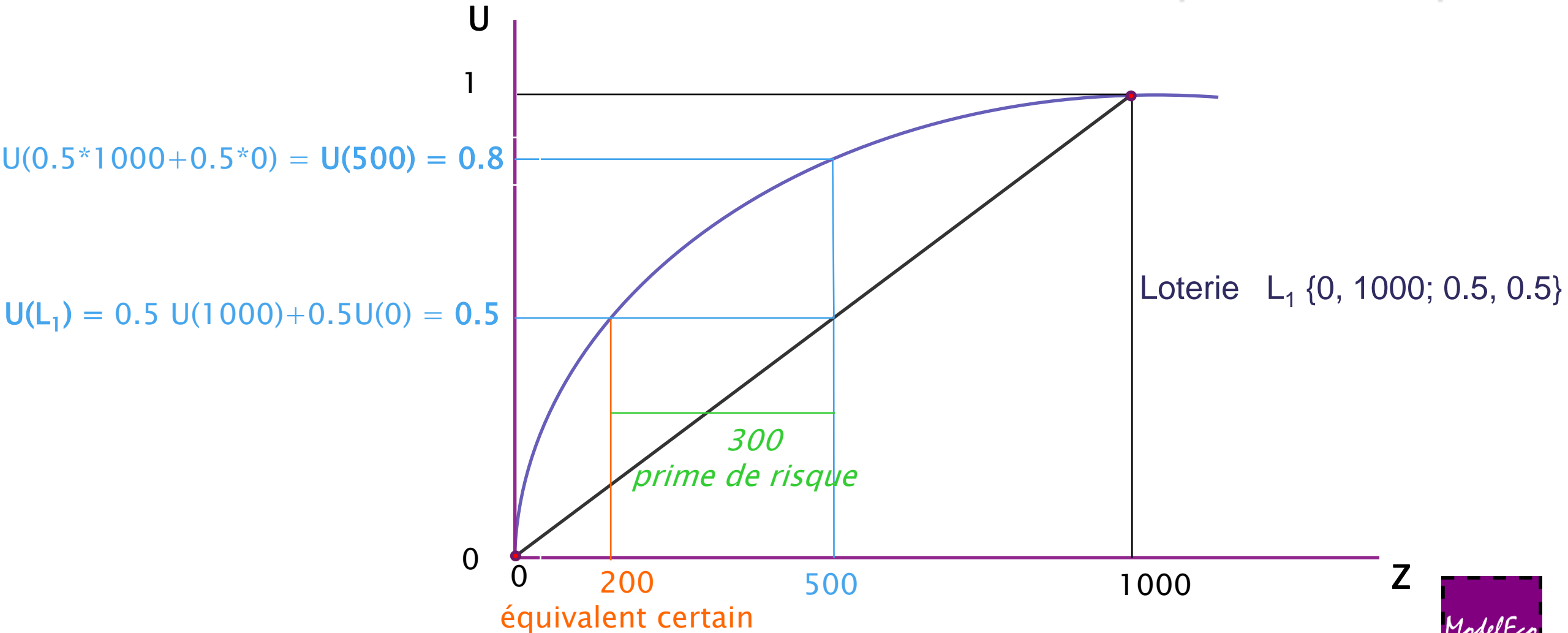


Goût pour le risque



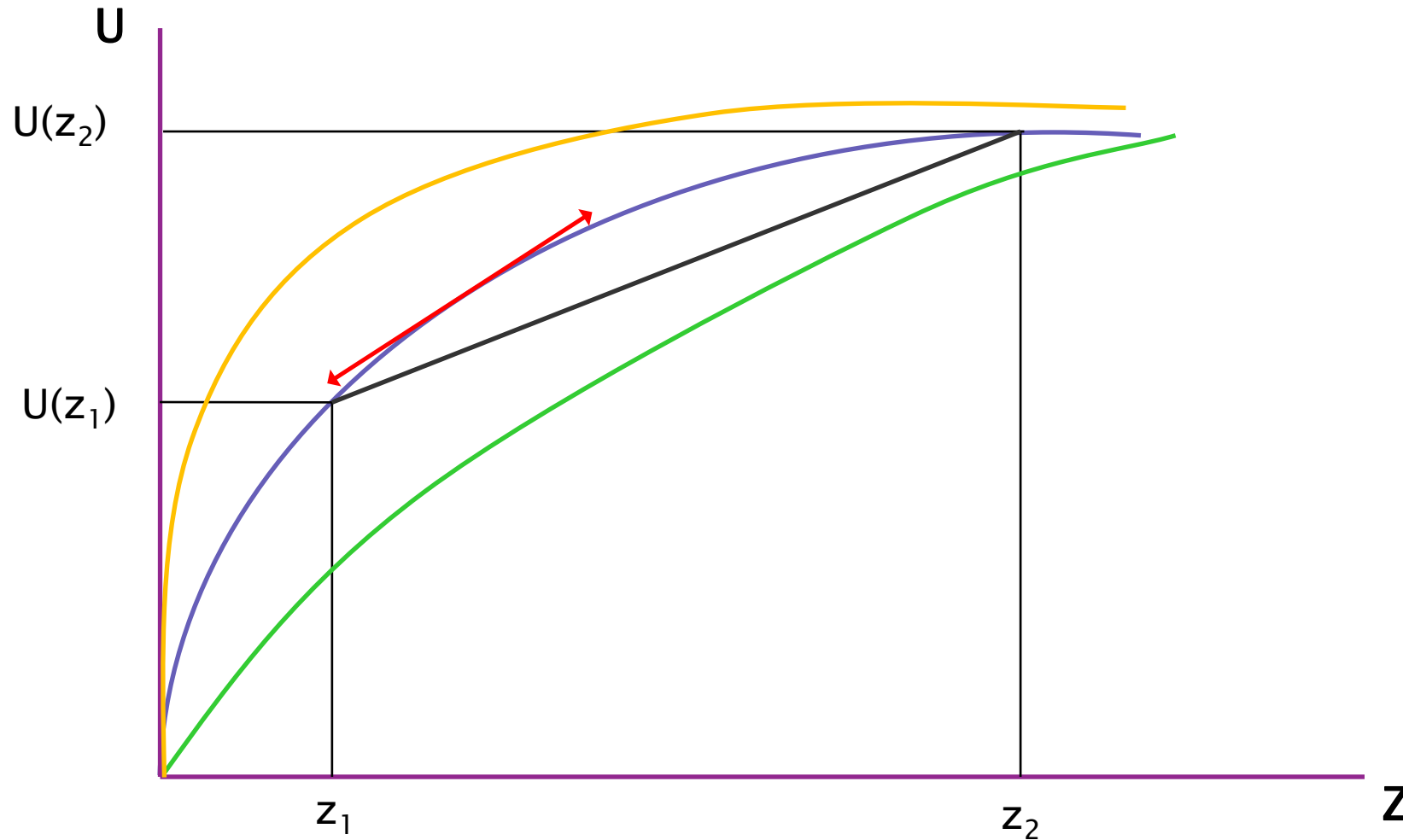
Neutre au risque

Théorie de l'utilité espérée – exemple



U' positive ; U'' négative

Coefficients d'Arrow Pratt



Max $U(Z)$ ↳ Formes fonctionnelles :

Choix d'une fonction d'utilité

➔ Avec aversion au risque absolue constante (CARA) :

▶ $U(Z) = 1 - e^{-aZ}$, où a est le coefficient d'aversion au risque absoluOn a $U' = ae^{-aZ}$; $U'' = -a^2e^{-aZ}$; $ARA = a$; $ARR = aZ$

➔ Avec aversion au risque absolue décroissante (DARA) :

▶ $U(Z) = Z^a$ avec $0 < a < 1$ On a $U' = aZ^{a-1}$; $U'' = a(a-1)Z^{a-2}$; $ARA = (1-a)/Z$ ▶ $U(Z) = \ln(Z)$ On a $U' = 1/Z$; $U'' = -1/Z^2$; $ARA = 1/Z$ ▶ $U(Z) = [1/(1-r)].Z^{1-r}$ On a $U' = Z^{-r}$; $U'' = -rZ^{-r-1}$; $ARA = r/Z$; $ARR = r$

Aversion au risque absolue

$$ARA = \frac{-U''(Z)}{U'(Z)}$$

Aversion au risque relative

$$ARR = -Z \cdot \frac{U''(Z)}{U'(Z)}$$